

# Subloading $t_{ij}$ model の概略

中井 照夫

Subloading  $t_{ij}$  model<sup>1),2),3),4)</sup>の原点は、1974年の空間滑動面(Spatially Mobilized Plane ; SMP)<sup>5)</sup>の概念に遡り(もつと遡れば、村山先生(1964年)の滑動面まで戻る)、その後、拡張した空間滑動面(SMP\*)<sup>6)</sup>の考え方に発展させることで、3次元応力下における地盤材料のせん断挙動を統一的に表現できることを示した。1984年の $t_{ij}$ の概念<sup>7)</sup>は、このSMP\*の考え方を一般化したものであり、通常の弾塑性モデルでは応力 $\sigma_{ij}$ と正八面体面(oct面)に基づく応力パラメータ( $p, q$ )を用いてモデル化するところを、SMPに着目した修正応力 $t_{ij}$ と応力パラメーター( $t_N, t_S$ )を使って定式化するだけで、一般的な3次元応力経路下の土の挙動を唯一的に表現できるというものである。また、密度・拘束応力の影響(過圧密特性)は、橋口先生の下負荷面(Subloading surface)の考え方を導入して考慮している。自然堆積土等に見られる構造効果は、下負荷面に加えて上負荷面を考える浅岡先生らのモデル化を参考に、ボンディング効果を導入することで下負荷面だけを使って表現している。クリープ等の時間効果特性は、既成の粘塑性理論を使わず、周知の2次圧密係数と正規圧密線がひずみ速度により平行に移動するという実験事実だけに基いて定式化している。ほとんどのモデルで考慮されていないひずみ増分方向の応力経路依存性についても、材料パラメータを増やすことなく説明している。

図-1のプロットは、正規圧密粘土の三軸圧縮(中間主応力が最小主応力に等しい;  $\sigma_2 = \sigma_3$ )および伸張(中間主応力が最大主応力に等しい;  $\sigma_1 = \sigma_2$ )条件下のせん断試験の実測値を示しているが、応力パラメータとして( $p, q$ )を用いるCam clay typeのモデルではこのような圧縮と伸張の差を説明できない。一方、図中の曲線は、 $t_{ij}$ モデルによる解析結果を示すが、圧縮・伸張条件下の差異を説明できることが判る。図-2(a)は、相異なる3主応力( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ )下のせん断試験から得られる正八面体面上のひずみ増分方向の実測値を示す。ここに、 $\theta = 0^\circ$ は三軸圧縮( $\sigma_2 = \sigma_3$ )を、 $\theta = 60^\circ$ は三軸伸張( $\sigma_1 = \sigma_2$ )条件を表す。Cam clay typeのモデルでは、応力状態に依らずひずみ増分方向は必然的に半径方向になり、相異なる3主応力( $0^\circ < \theta < 60^\circ$ )下の実測値に見られる半径方向からのズレを説明できない。図-2(b)は、 $t_{ij}$ モデルによる解析結果を示すが、実測される方向のズレをよく表現している。通常モデルの材料パラメータは、三軸圧縮条件下で決められるが、実地盤の応力状態は、三軸圧縮から三軸伸張まで様々である。したがって、信頼性のある地盤の変形解析には、中間主応力の影響の考慮は欠かせない。

図-3は、過圧密比を変えた粘土の平均主応力一定試験結果(プロット)とその計算曲線を示すが、モデルは、密度(過圧密比)の違いによる変形・強度・ダイレイタンス特性の違いを適切に表現している。

図-4は、自然堆積粘土(構造化した粘土)の(a)等方圧縮試験および(b)初期応力の異なる非排水せん断の有効応力経路と応力ひずみ関係の計算曲線を示している。(b)図の結果は、(a)図の○印を初期状態として非排水せん断している。自然堆積粘土の典型的な圧縮特性と初期状態による変形・強度挙動の違いを表現している。なお、図中の(AF)はひずみ増分方向の応力経路依存性を考慮しない結果で、(AF+IC)は考慮した結果である。

図-5(a)は、正規圧密粘土の種々応力経路下(平均主応力一定、最大主応力一定、最小主応力一定および伸張試験結果を応力比~ひずみ増分比関係で整理したものである。多くのモデルでは、試験の種類に拘わらずこの関係は同じになることを前提に定式化されるが、実測値は特に応力比の大きくない所

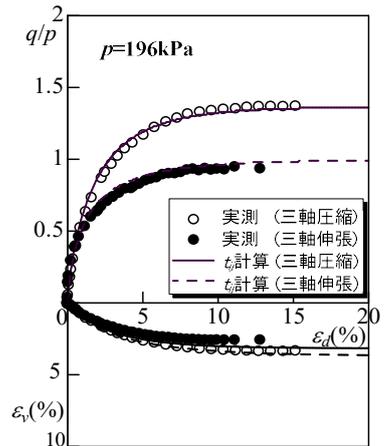


図-1 正規圧密粘土の三軸圧縮および伸張試験結果と  $t_{ij}$ モデルによる解析結果

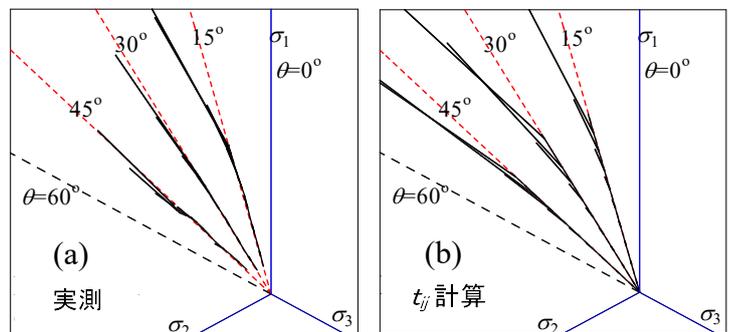


図-2 正八面体面上のひずみ増分方向の実測値と  $t_{ij}$  modelによる計算結果

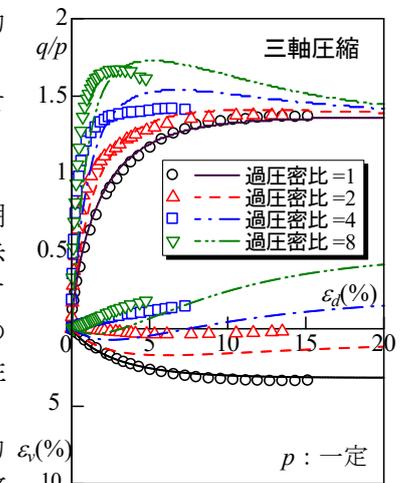
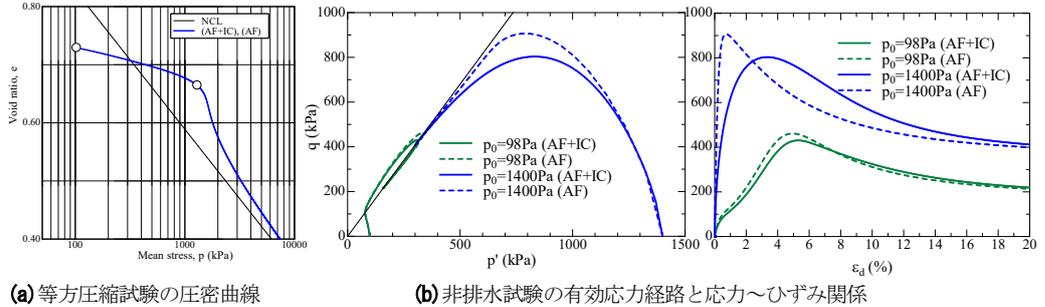


図-3 正規および過圧密粘土の排水せん断試験結果と計算曲線

ほど傾向を持って応力経路の影響を受けている。ひずみ増分方向の応力経路依存性を考慮した (b) 図の解析結果は実測値の違いをよく表現できる。



(a) 等方圧縮試験の圧密曲線 (b) 非排水試験の有効応力経路と応力～ひずみ関係

図-4 構造化した粘土の解析結果

図-6 は、粘土の (a) ひずみ速度を変えた非排水せん断試験 (応力～ひずみ関係) および (b) 非排水クリープ試験 (クリープ曲線) の解析結果を示す。アイソタックを含めたひずみ速度効果および応力レベルの違いによるクリープ曲線の違いも表現している。

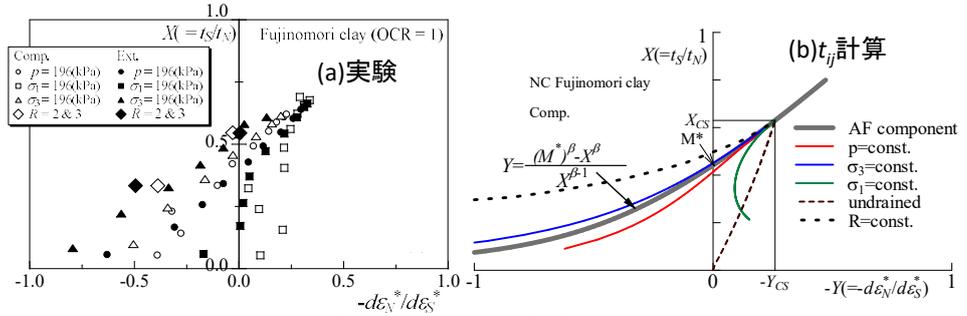


図-5 正規圧密粘土の応力比～ひずみ増分比関係

表-1 は、これらの解析に用いた材料パラメータを示す。Cam clay model と共通のパラメータに密度を考慮するために  $a$  を、ボンディングを考慮するために  $\omega_0$  と  $b$  を、時間効果特性を考慮するために 2 次圧密係数  $\lambda_\alpha$  を追加するだけである。ひずみ増分方向の応力経路依存性を考慮するための新たな材料パラメータは必要ない。ここでは、粘性土の結果を示したが、モデルは砂質土についても適用可能である。

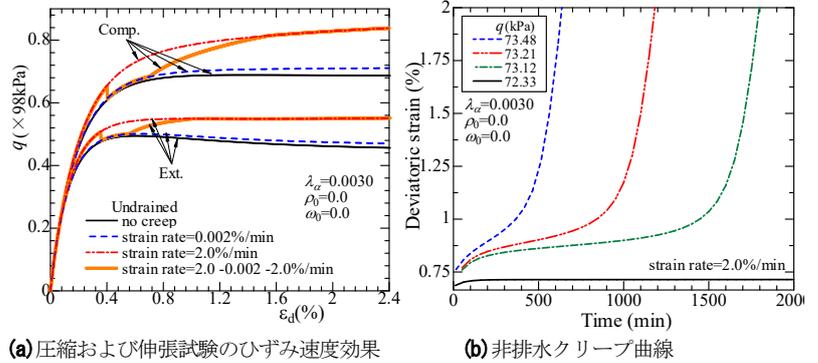


図-6 正規圧密粘土の時間効果特性の解析

文献・著書

- 1) Nakai T. and Hinokio M.(2004): A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters, *Soils and Foundations*, **44**(2), 53-70.
- 2) Nakai T., Shahin H.M., Kikumoto M., Kyokawa H., Zhang F. and Farias, M.M. (2011a): A simple and unified one-dimensional model to describe various characteristics of soils, *Soils and Foundations*, **51**(6), 1129-1148.
- 3) Nakai T., Shahin H.M., Kikumoto M., Kyokawa H., Zhang F. and Farias, M.M. (2011b): A simple and unified three-dimensional model to describe various characteristics of soils, *Soils and Foundations*, **51**(6), 1149-1168.
- 4) Nakai T. (2012): *Constitutive Modeling of Geomaterials: Principles and Applications*, (376 pages), CRC Press, Boca Raton/London/New York.
- 5) Matsuoka H. and Nakai T. (1974): Stress-deformation and strength characteristics of soil under three-different principal stresses, *Proc of JSCE*, **232**, 59-70.
- 6) 中井照夫, 松岡元(1980): 3 主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈, *土木学会論文報告集*, **303**, 65-77.
- 7) Nakai T. and Mihara Y. (1984): A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, **24**(2), 82-94.
- 8) 中井照夫 (2011): 地盤材料の構成モデル最前線 – 2. 弾塑性論の解説とカムクレイモデルの適用性, *地盤工学会誌, 講座*, **59**(4), 47-55.
- 9) 中井照夫(2011): 地盤材料の構成モデル最前線 – 7. 3 主応力条件下での材料特性のモデル化, *地盤工学会誌, 講座*, **59**(9), 66-75.
- 10) 中井照夫 (2018): 巨視的および微視的観点から見た  $t_{ij}$  の概念の意義, *地盤工学会誌*, **66**(7), 18-21.

表-1 解析で用いた材料パラメータ

$\lambda$	0.104	Cam clay model と共通
$\kappa$	0.010	
$N = \epsilon_{NC} \text{ at } p = 98 \text{ kPa} \text{ \& } q = 0 \text{ kPa}$	0.83	
$R_{CS} = (\sigma_1 / \sigma_3)_{CS} \text{ (comp)}$	3.5	
$V_e$	0.2	
$\beta$	1.5	降伏曲面の形を決める
$a$	290	密度・拘束応力の影響
$\omega_0$	0.4	ボンディングの影響
$b$	23	
$\lambda_\alpha$	0.003	時間効果特性

著書 4) は Subloading  $t_{ij}$  model の解説とその応用をまとめたもので、地盤工学会で新設された最初の出版賞に選ばれている。文献 8), 9), 10) では既存のモデルおよび Subloading  $t_{ij}$  model の要点や  $t_{ij}$  の概念の意味を判りやすく解説している。