



DIANAのひび割れ解析機能の ご紹介

JIPテクノサイエンス（株）
解析ソリューション事業部

ご紹介の内容

- RC部材のモデル化方法
 - ひび割れモデル（分散・離散）
 - 鉄筋モデル（分散・離散）
 - 分散ひび割れモデルにおける材料特性
- 分散ひび割れモデル
 - 多方向固定ひび割れモデル（Multi-Directional Fixed Crack Model）
 - 回転ひび割れ／直交固定ひび割れモデル（Total Strain Based Crack Model）
 - 前川－福浦モデル（Maekawa-Fukuura Concrete Model）
 - 等価長さ
- 鉄筋モデル
- 付着モデル（鉄筋とコンクリート）
- 離散ひび割れモデル
- 損傷指標の出力
- その他のひび割れ解析モデル

※本資料では、DIANA10.2の解析モデルの一部をご紹介します。

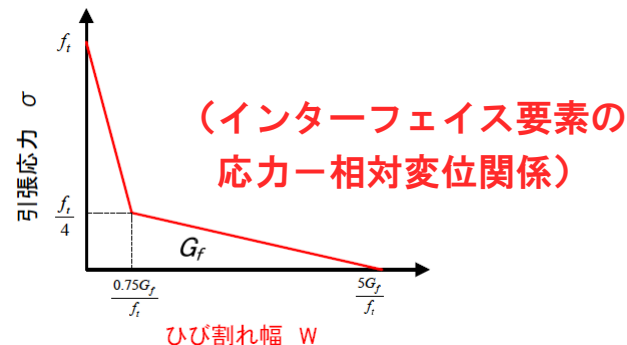
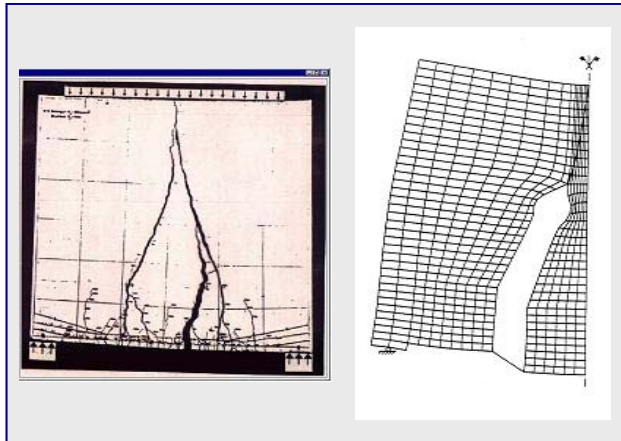
各機能の使用方法、詳細、参考文献等はユーザーズマニュアルをご参照ください。

RC部材のモデル化方法

- ひび割れモデル（**離散**・**分散**）

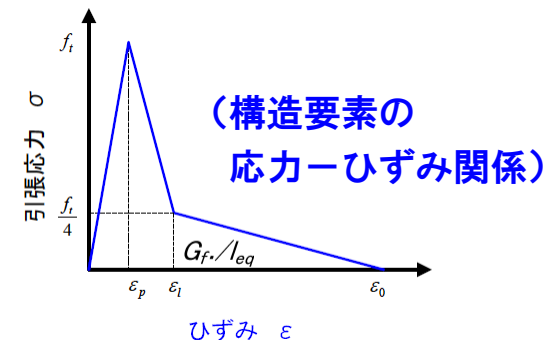
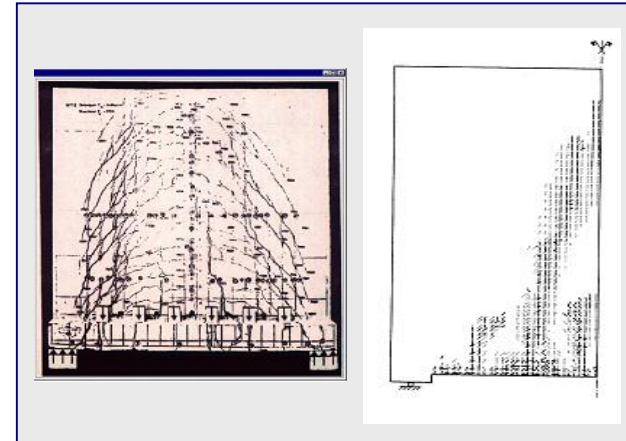
離散ひび割れモデル

ひび割れ開口変位を要素間の節点を分離して、要素間の相対変位として扱うモデル[1]



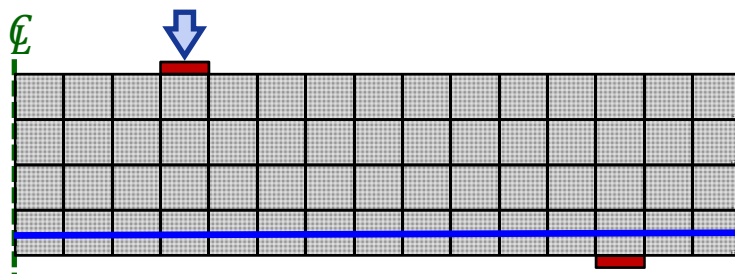
分散ひび割れモデル

ひび割れの影響が要素内に分散していると仮定し、ひび割れ開口変位を要素の平均的なひずみとして扱うモデル[1]



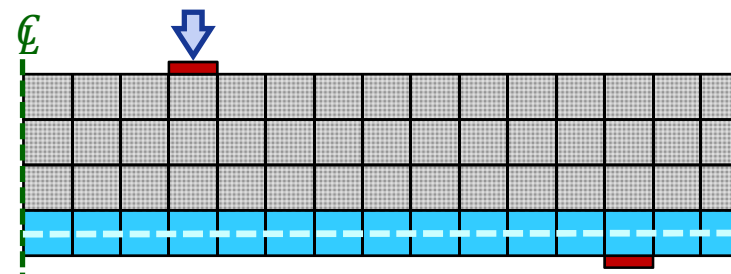
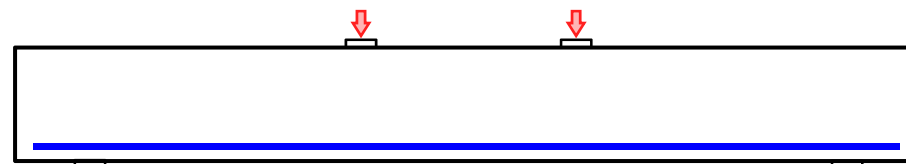
RC部材のモデル化方法

- 鉄筋モデル（**離散**・**分散**）



離散鉄筋モデル

鉄筋をトラスまたははり要素でモデル化し、コンクリート要素境界に配置するか、コンクリート要素内に埋め込んだモデル。接合要素を用いてコンクリート要素と結合することで、鉄筋とコンクリート間の付着挙動を直接モデル化することが可能。[1]

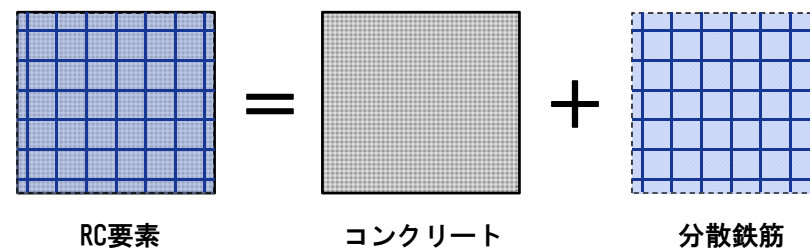


分散鉄筋モデル

鉄筋がコンクリート要素内に平均的に配置されていると仮定することで、鉄筋の効果をコンクリート要素に重ね合わせたモデル。鉄筋とコンクリートは完全付着となるため、付着の影響は、鉄筋およびコンクリートの応力ひずみ関係で考慮する。[1]

- 各モデル化と組み合わせ

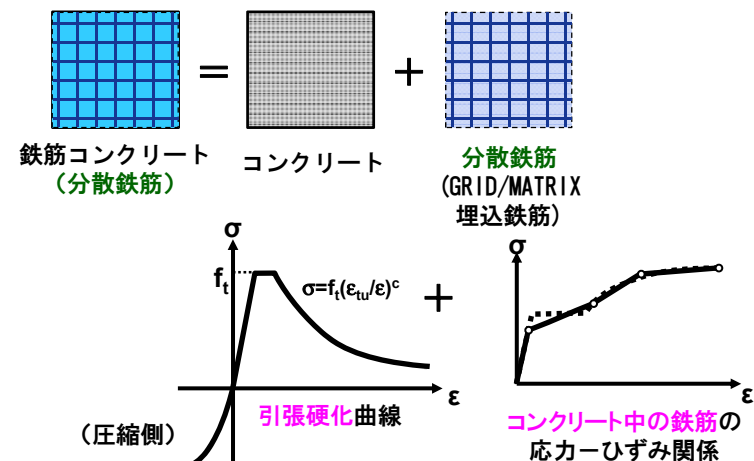
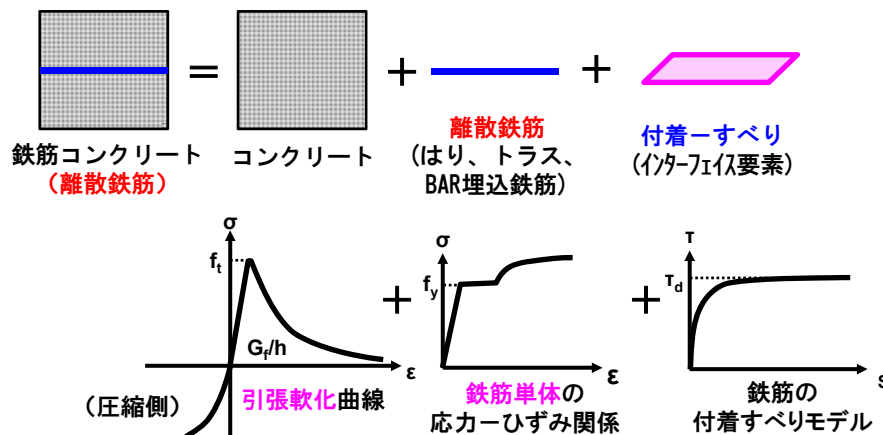
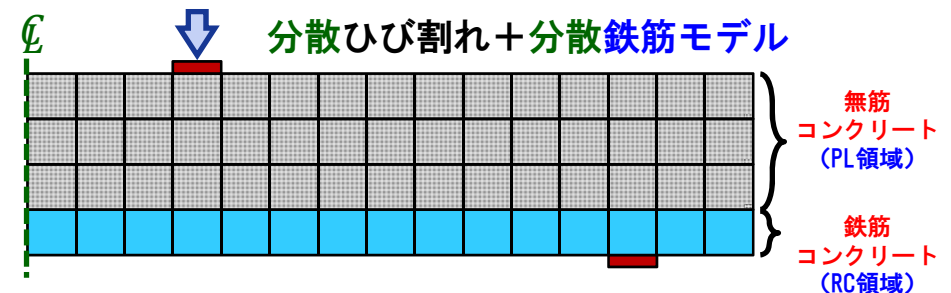
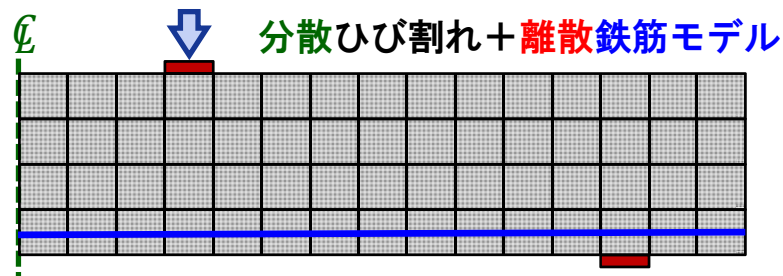
- **離散**ひび割れ — **離散**鉄筋モデル
- **分散**ひび割れ — **離散**鉄筋モデル
- **分散**ひび割れ — **分散**鉄筋モデル



RC部材のモデル化方法

● 分散ひび割れモデルにおける材料特性

鉄筋のモデル化	コンクリート	鉄筋	付着
① 離散鉄筋	引張軟化モデル	鉄筋単体の 応力-ひずみ関係	付着応力-すべり関係
② 分散鉄筋	引張硬化モデル	コンクリート中の鉄筋の 平均応力-平均ひずみ関係	—



RC部材のモデル化方法

- **コンクリートの軟化特性**

- 無筋領域、分散鉄筋との組合せ時

- ✓ **引張軟化モデル**

(テンションソフトニングモデル)

- RC領域（分散鉄筋との組合せ時）

- ✓ **引張硬化モデル**

(テンションステイニングモデル)

- **鉄筋の応力－ひずみ関係**

- 分散鉄筋モデルの場合

(はり・トラス・埋込鉄筋 (BARタイプ))

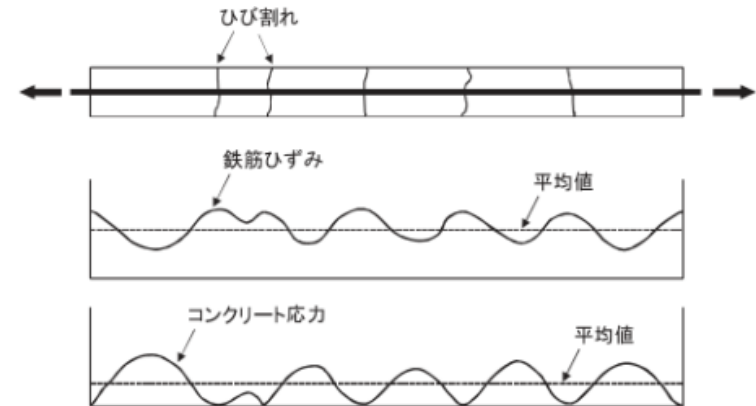
- ✓ **鉄筋単体の応力－ひずみ関係**

- 分散鉄筋モデルの場合

(埋込鉄筋 (GRID、MATRIXタイプ))

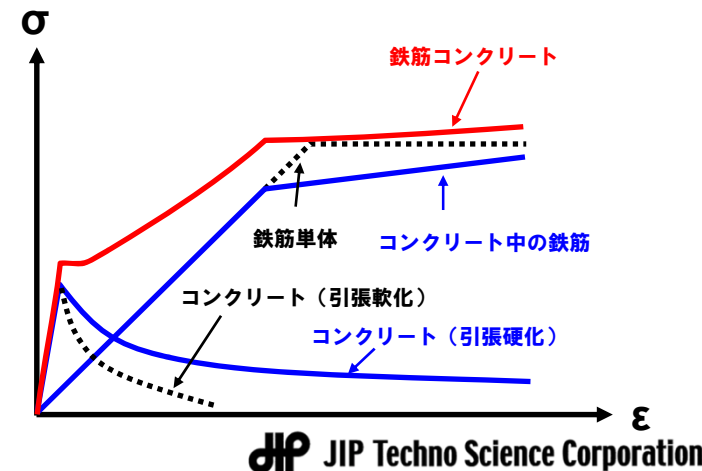
- ✓ **コンクリート中の鉄筋の**

平均応力－平均ひずみ関係



一軸引張力を受けるRC中の鉄筋ひずみとコンクリート応力の分布 [2]

- 分散鉄筋の場合、鉄筋との付着の影響を受けるRC領域では、テンションステイニングの考慮が必要
- ひび割れ間のコンクリートが鉄筋との付着によって応力を負担し、平均化するとひび割れ後も緩やかに低下
- コンクリートがひび割れ発生後に引張応力を負担することに伴い、鉄筋の平均降伏強度が低下。



DIANA分散ひび割れモデル

- 分散ひび割れモデル

ひび割れの影響が要素内に分散していると仮定し、ひび割れ開口変位を要素の平均的なひずみとして扱うモデル [1]。

DIANA分散ひび割れモデル

多方向固定ひび割れモデル

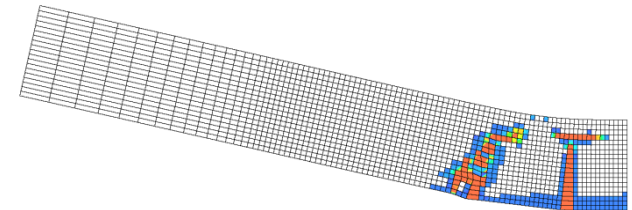
直交固定ひび割れモデル

回転ひび割れモデル

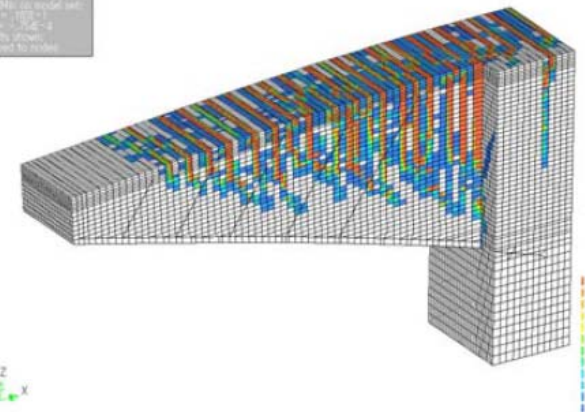
多方向固定ひび割れモデル
(前川－福浦モデル)

◆ Kotsovos Concrete Model

◆ Engineering Masonry Model



DIANA 11.0.0
Model: 11.0.0.00000000
Date: 2011-11-14
Time: 10:00:00
User: jip



DIANA分散ひび割れモデル概要比較

モデル	Multi-Directional Fixed Crack Model	Total Strain Based Crack Model	Maekawa-Fukuura Concrete Model
	多方向固定ひび割れモデル	回転ひび割れモデル 直交固定ひび割れモデル	多方向固定ひび割れモデル (前川－福浦モデル)
概要	■ 増分ひずみモデル ■ 多方向に発生するひび割れの厳密な数理モデル	■ 全ひずみモデル ■ 修正圧縮場理論を3次元に拡張	Total Strain Crack Modelを再設計 ■ アクティブクラックモデルの採用 ■ 非直交化（ひび割れ最大本数6本） ■ 弾塑性破壊モデルの併用等
引張側	■ 多方向固定ひび割れモデル ■ 各種1軸引張軟化モデル	■ 回転ひび割れモデル ■ 直交固定ひび割れモデル (回転・固定ひび割れの切替可) ■ 各種1軸引張軟化モデル ■ 圧縮損傷によるひび割れ強度低減	■ 非直交多方向固定ひび割れモデル ■ アクティブクラックモデル ■ 各種1軸引張軟化モデル ■ 圧縮損傷によるひび割れ強度低減
最大ひび割れ本数	6本	3本	6本
圧縮側	■ 塑性モデルを併用 [Drucker－Pragerモデル等] ■ 硬化モデル(多直線モデル)	■ 各種1軸圧縮モデル ■ 横拘束効果 [Hsieh-Ting-Chen破壊面] ■ ひび割れ後の圧縮強度低減	■ 弾塑性破壊モデル（ひび割れ前） ■ 1軸圧縮モデル（ひび割れ後） ■ ひび割れ後の圧縮強度低減
せん断モデル	■ 一定低減モデル	■ 各種せん断伝達モデル [接触密度関数モデル等]	■ 各種せん断伝達モデル [接触密度関数モデル等]
除荷・再載荷挙動	■ 引張側：原点指向 ■ 圧縮側：弾性剛性 (塑性モデル)	■ 引張・圧縮側：原点指向 (圧縮側に示方書モデルを適用した場合のみ、引張・圧縮側に履歴モデルが適用)	■ 履歴モデル ■ ひび割れ併合前の再接触モデル

DIANA分散ひび割れモデル

- **多方向固定ひび割れモデル**

(Multi-Directional Fixed Crack Model)

最大主応力が引張強度に達した場合、その直角方向にひび割れが発生。一度生じたひび割れ面の方向は変わらず、その後主応力方向が閾角以上に変わり、さらに引張強度に達した場合に複数のひび割れ（最大6本）が発生。圧縮側の特性には、塑性モデルを併用。

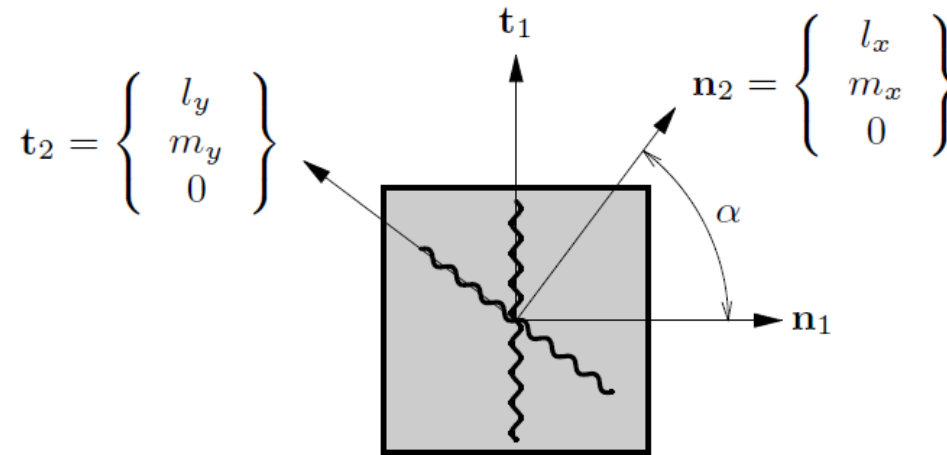


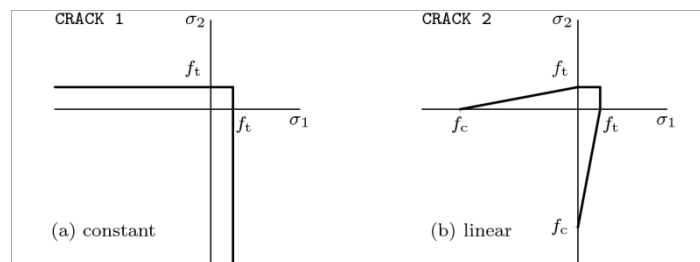
Figure 20.1: Multi-directional fixed crack model

DIANA分散ひび割れモデル

● 多方向固定ひび割れモデル (Multi-Directional Fixed Crack Model)

■ 引張カットオフ

- 一定モデル
- 線形モデル

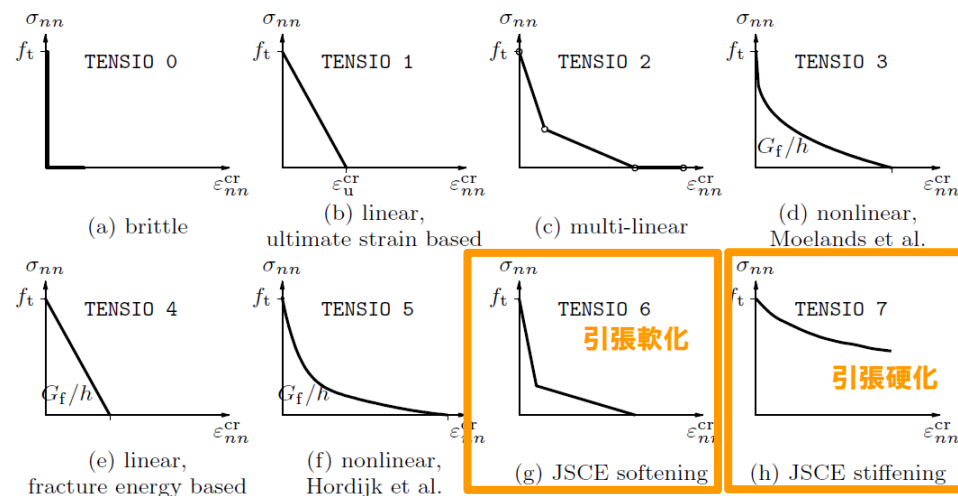


■ せん断伝達

- フルモデル
- 一定低減モデル

■ 引張特性

- 脆性モデル
- 線形軟化モデル
- 多直線モデル
- Moelandsモデル
- Hordijkモデル
- JSCE引張軟化モデル
- JSCE引張硬化モデル
- ユーザサブルーチン



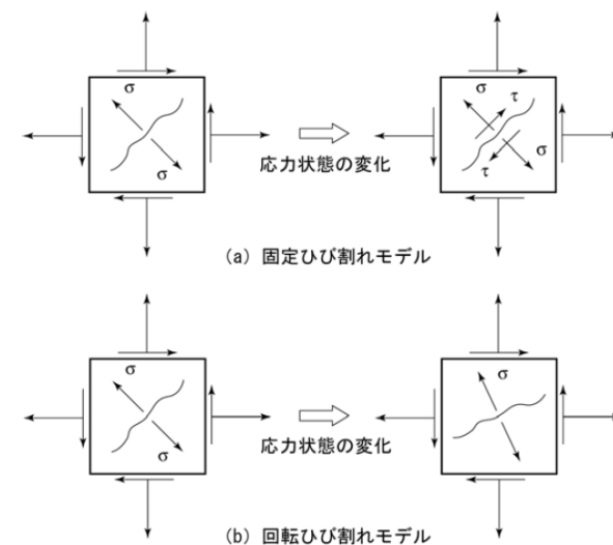
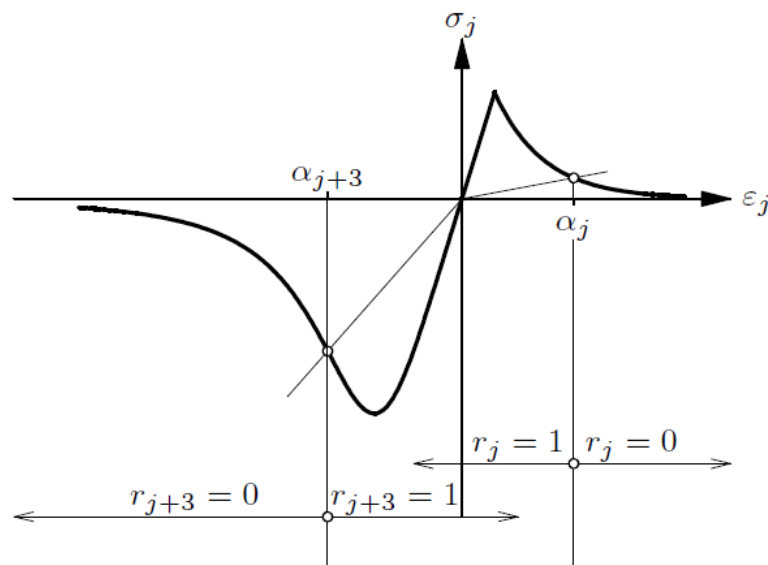
(コンクリート標準示方書)

DIANA分散ひび割れモデル

- 回転ひび割れモデル・直交固定ひび割れモデル

(Total Strain Based Crack Model【全ひずみひび割れモデル】)

Vecchio & Collinsによって提案された修正圧縮場理論に基づくひび割れモデルを3次元に拡張 (Selby & Vecchio) したモデル。主ひずみ軸と主応力軸が常に一致すると仮定し、あたかもひび割れ軸が連続的に回転するように仮定 (**回転ひび割れモデル**)。ひび割れが生じたときの主ひずみ軸にひび割れ座標系を固定することで**直交固定ひび割れモデル**としても利用可能 (さらに、座標系を固定するひずみ値を設定して回転ひび割れから直交固定ひび割れに途中で切り替えることも可能)。

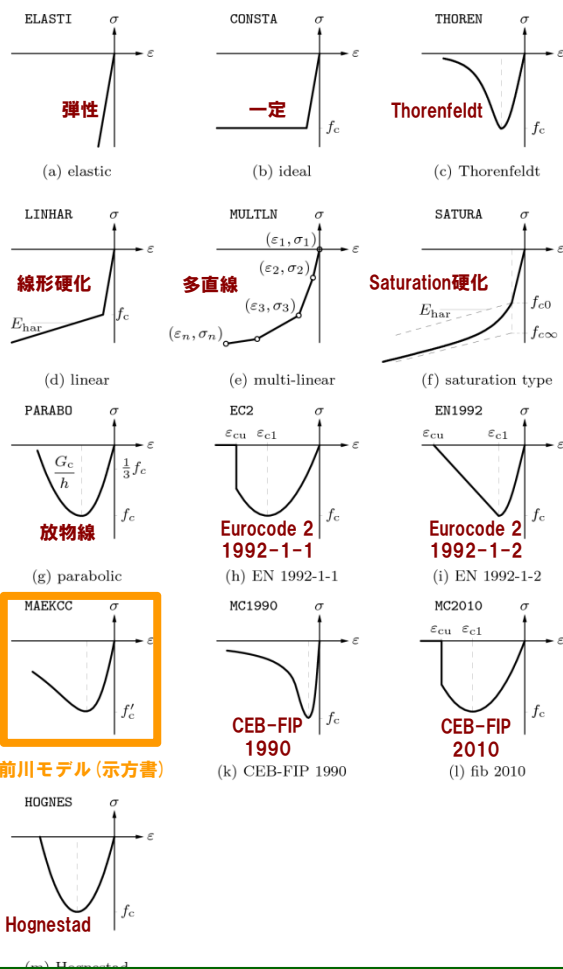


固定ひび割れモデルと回転ひび割れモデル [2]

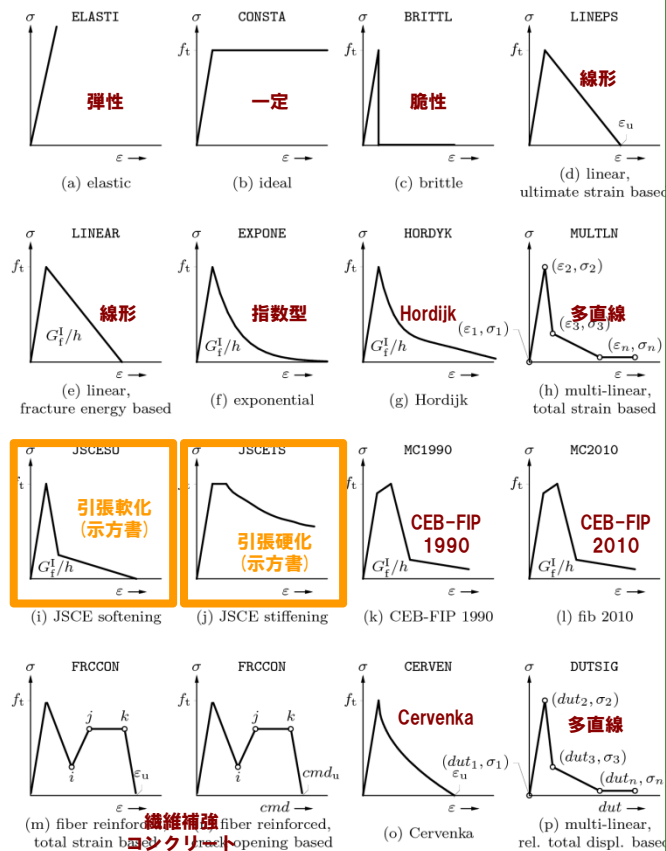
DIANA分散ひび割れモデル

● 回転ひび割れモデル・直交固定ひび割れモデル

■ 圧縮特性

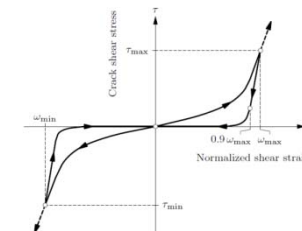


■ 引張特性



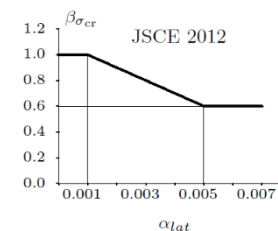
■ せん断伝達

- 一定低減モデル
- 多直線モデル
- 損傷に基づくモデル
- 骨材寸法に基づくモデル
- Al-Mahaidiモデル
- 接触密度関数モデル (示方書)



■ ひび割れによる圧縮強度低減

- 多直線モデル
- Vecchio & Collinsモデル
- JSCE2012モデル (示方書)

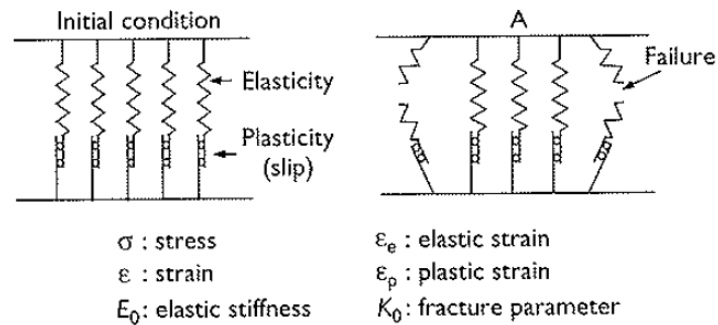


DIANA分散ひび割れモデル

- 多方向固定ひび割れモデル

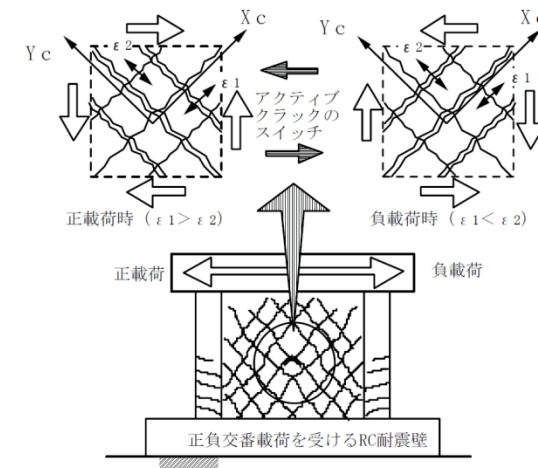
(Maekawa Fukuura Concrete Model【前川－福浦モデル】)

東京大学前川宏一教授、福浦尚之博士が開発された「三次元空間上で6方向までの非直交ひび割れ群を有する鉄筋コンクリートの履歴依存型分散ひび割れ構成モデル」[3]を参考にし、**DIANAのTotal Strain Crackモデルを拡張して、弾塑性破壊モデル**[4]と**アクティブクラック法**を取り入れた**DIANAのひび割れモデル**です。



弾塑性破壊モデルの概念 [4]

前川・岡村らにより提案されたひび割れ前のコンクリートの構成則。損傷弾性で定義される「破壊」と非可逆の「塑性」を統合して圧縮領域における非線形挙動を表現。



アクティブクラックの概念 [3]

コンクリートの主たる非線形性は、複数発生したひび割れのうち、最も大きく開いているひび割れ（アクティブクラック）に支配される。このアクティブクラック面に関して、ひび割れたコンクリートの圧縮・引張・せん断の各構成モデルが適用される。

DIANA分散ひび割れモデル

● 多方向固定ひび割れモデル（前川－福浦モデル）

■ 圧縮特性

➤ ひび割れ前

（弾塑性破壊モデル）

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} I_1 + s_{ij} = 3K_0 I_{1e} \delta_{ij} + 2G_0 K(F) e_{eij}$$

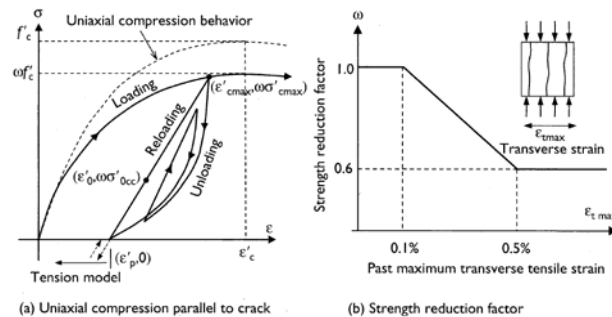
$$K = K(F) = \exp \left[-\frac{F}{3.25} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{F}{0.8} \right) \right\} \right]$$

$$F = F(I_{1e}, J_{2e}, J_{3e}) = \frac{\sqrt{2} J_{2e}}{0.23 \varepsilon_0 + \sqrt{3} |I_{1e}|} \cdot \frac{1}{5} \left\{ \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{J_{3e}}{J_{2e}} \right)^3 + 6 \right\}$$

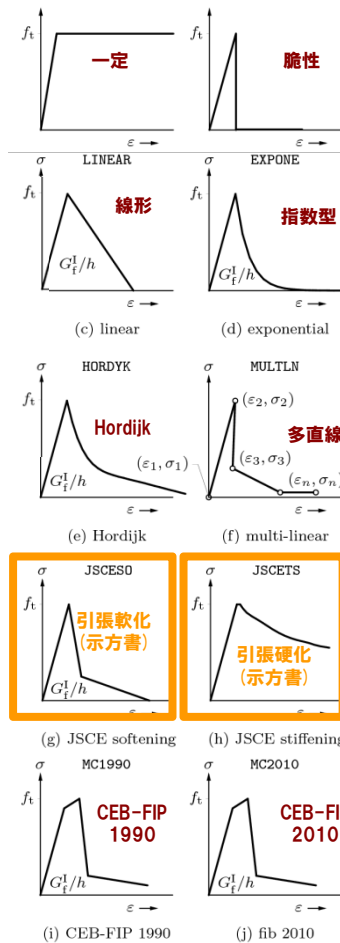
$$J_{2p} = H(J_{2e}) = \frac{9}{10} \varepsilon_0 \left(\frac{J_{2e}}{\varepsilon_0} \right)^3$$

➤ ひび割れ後

（一軸圧縮モデル）

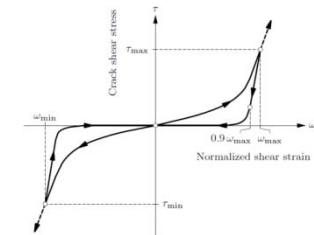


■ 引張特性



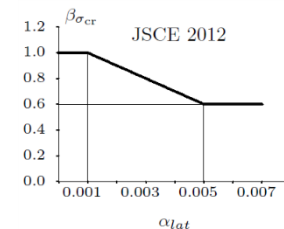
■ せん断伝達

- 一定低減モデル
- 多直線モデル
- 損傷に基づくモデル
- 骨材寸法に基づくモデル
- Al-Mahaidiモデル
- 接触密度関数モデル (示方書)



■ ひび割れによる圧縮強度低減

- 多直線モデル
- Vecchio & Collinsモデル
- JSCE2012モデル (示方書)



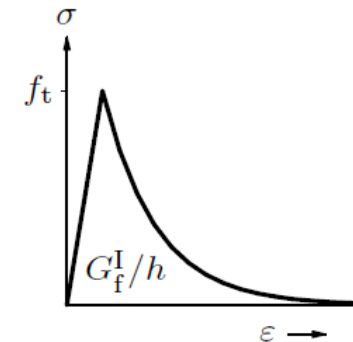
等価長さ

● Crack Bandwidth

分散ひび割れモデルを用いる際に、要素内で消費されるエネルギーが破壊エネルギーと等価になるように応力-ひずみ関係を設定するために用いられる要素長さ [1]

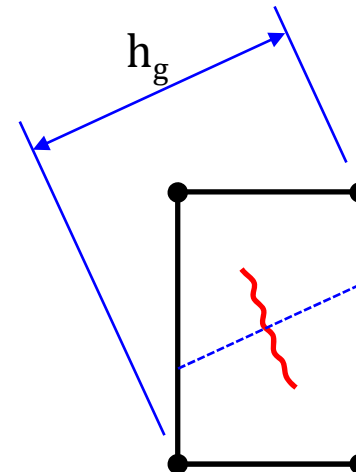
➤ Rots' Element Based Method

- ✓ 2次元1次要素 : $h = \sqrt{2A}$
- ✓ 2次元2次要素 : $h = \sqrt{A}$
- ✓ 3次元要素 : $h = \sqrt[3]{V}$



➤ Govindjee's Projection Method

- ✓ ひび割れ面の要素投影長さ h_g



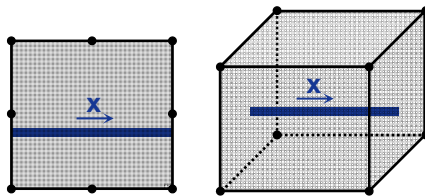
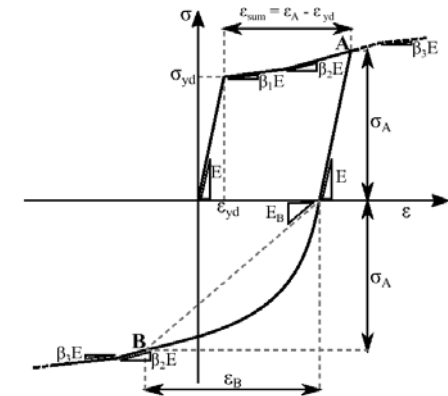
➤ 直接入力

- ✓ 等価長さ

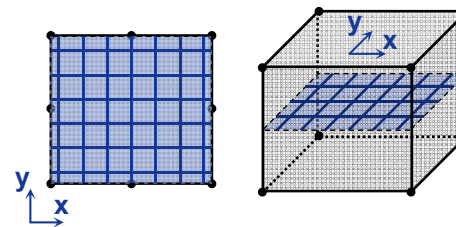
鉄筋モデル

● 材料モデル

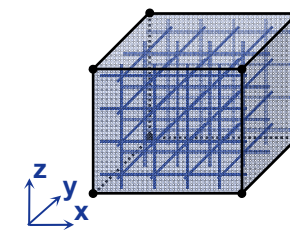
- Von Mises（等方硬化、移動硬化、混合硬化）
- Menegotto-Pintoモデル
- Monti-Nutiモデル
- Dodd-Restrepoモデル
- Eurocode 2 EN 1992-1-2モデル
- 多直線モデル（応力-ひずみ関係）
- 鉄筋単体の応力-ひずみ関係（JSCEコンクリート標準示方書2012）
- コンクリート中の鉄筋の平均応力-平均ひずみ関係（ 〃 ）



BARタイプ埋込鉄筋



GRIDタイプ埋込鉄筋

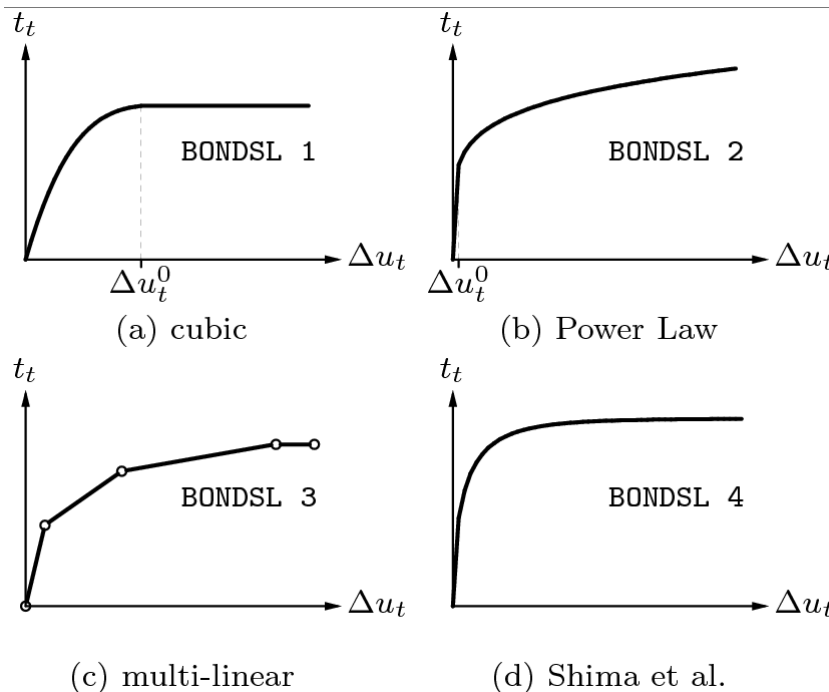
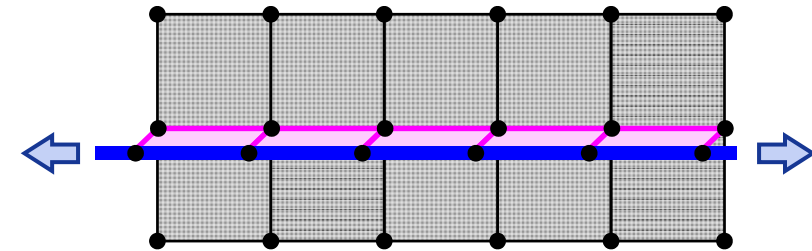


MATRIXタイプ埋込鉄筋

付着モデル（鉄筋とコンクリート）

● 付着モデル（インターフェイス要素）

- Cubic (Dörr) モデル
- Power Law (Noakowski) モデル
- 多直線モデル
- 島モデル（付着－すべりモデル）



$$\tau = 0.9 f'_c{}^{2/3} \left(1 - e^{-40s^{0.6}} \right)$$

τ : 付着応力(MPa)

f'_c : コンクリートの圧縮強度(MPa)

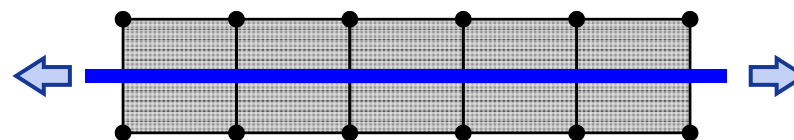
$s : s = S / D$

S : すべり量(mm), D : 鉄筋径(mm)

付着モデル（鉄筋とコンクリート）

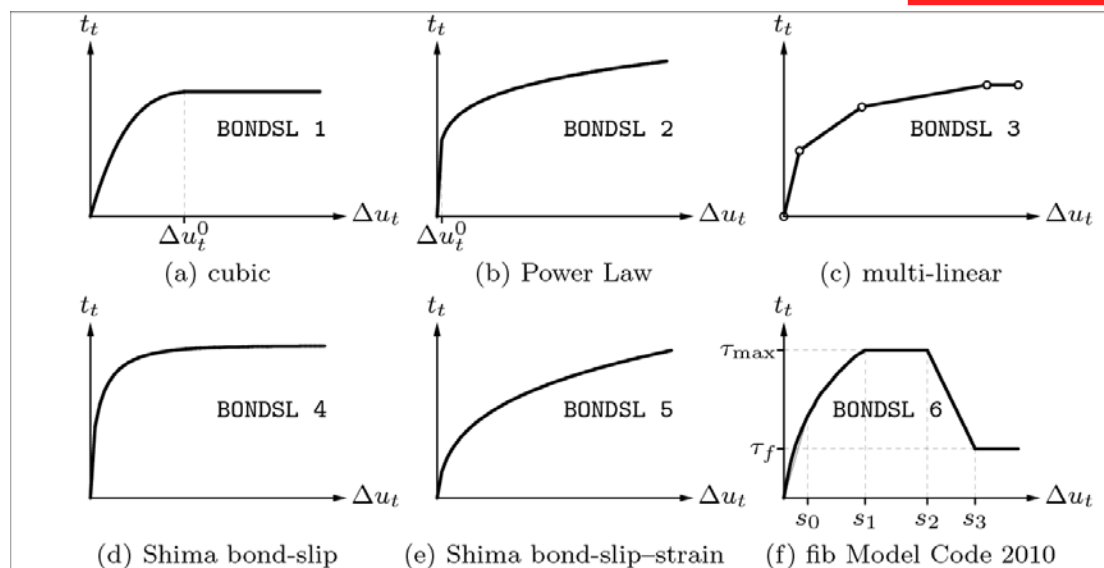
● 付着モデル（付着埋込鉄筋要素）

- Cubic (Dörr) モデル
- Power Law (Noakowski) モデル
- 多直線モデル
- 島モデル（付着－すべりモデル）
- 島モデル
（付着－すべり－ひずみモデル）
- fib Model Code 2010



$$\tau = 0.9 f'_c{}^{2/3} \left(1 - e^{-40s^{0.6}} \right)$$

$$\tau = \frac{0.73 f'_c (\ln(1 + 5 \cdot 1000s))^3}{(1 + \varepsilon \times 10^5)}$$



τ : 付着応力(MPa)

f'_c : コンクリートの圧縮強度(MPa)

s : $s = S / D$

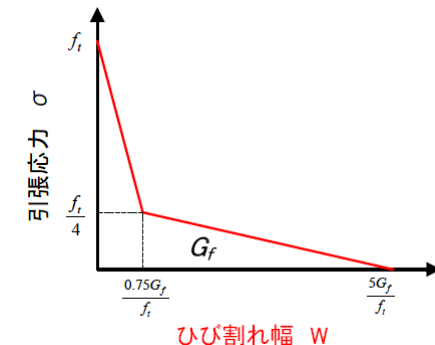
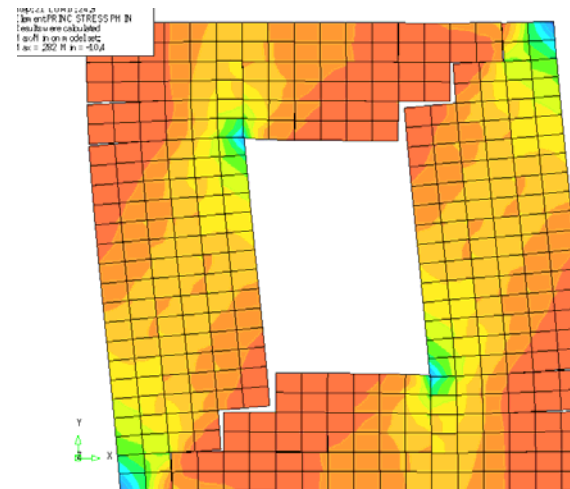
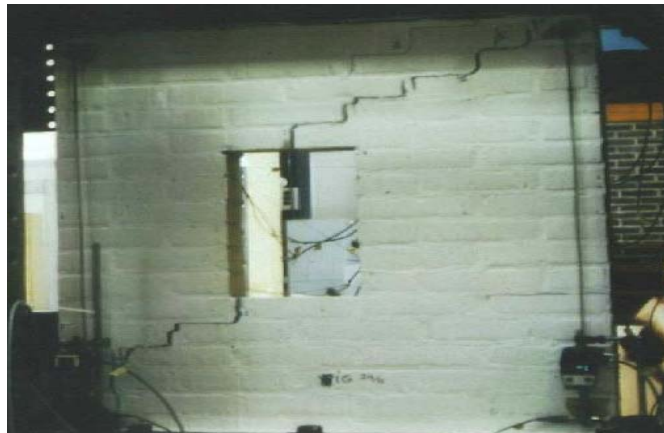
S : すべり量(mm), D : 鉄筋径(mm)

ε : 鉄筋ひずみ

DIANA離散ひび割れモデル

● 離散ひび割れモデル

ひび割れ開口変位を要素間の節点を分離して、要素間の相対変位として扱うモデル [1]。ひび割れが発生する位置にインターフェイス要素を**予めモデル化**し、ひび割れをインターフェイス要素の応力-ひび割れ幅関係で表現。



(例) レンガ構造物

DIANA離散ひび割れモデル

● 離散ひび割れモデル

➤ 引張軟化特性

- ✓ 脆性モデル
- ✓ 線形モデル
- ✓ 多直線モデル
- ✓ Hordijkモデル
- ✓ コンクリート標準示方書2012

➤ 除荷剛性

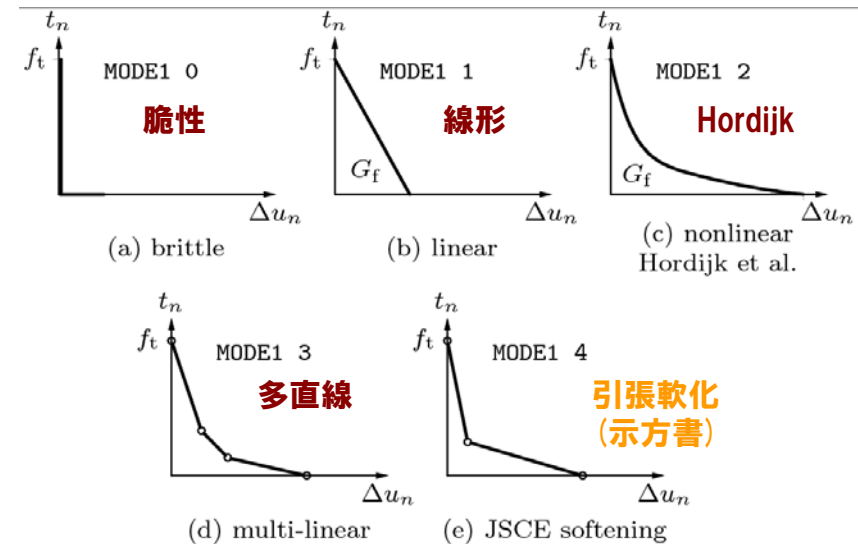
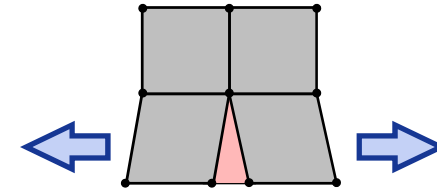
- ✓ 原点指向、弾性剛性
- ✓ 履歴（Hordijkのみ）

➤ ひび割れ後のせん断剛性

- ✓ 一定剛性

➤ その他

- ✓ 温度依存性（引張強度、破壊エネルギー）



引張軟化特性

DIANA離散ひび割れモデル

● クラックダイレタンシーモデル（２次元）

離散ひび割れモデルと同様にモデル化し、ひび割れ幅とひび割れ面に沿ったすべりに関する詳細なモデル化

➤ モデル

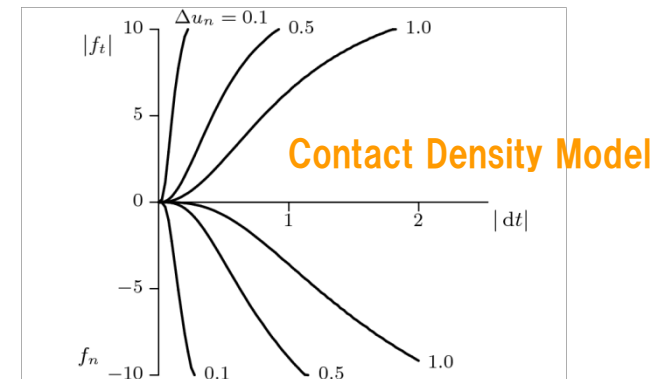
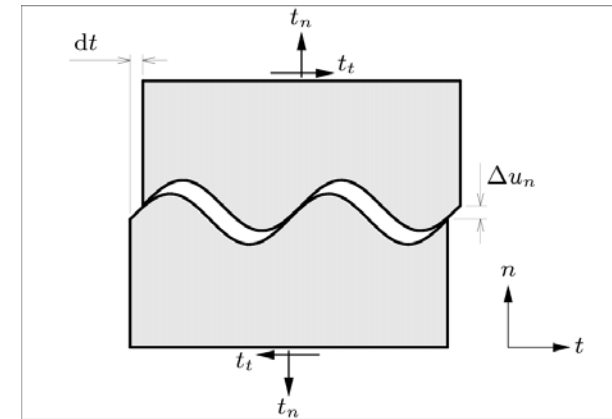
- ✓ Contact Density Model（李・前川モデル）
- ✓ Two-Phase Model
- ✓ Rough Crack Model
- ✓ Aggregate Interlock Relation

➤ 適用要素

- ✓ ２次元インターフェイス要素（N4IF, L8IF, CL12I, CL20I）

➤ 引張軟化特性

- ✓ 脆性モデル
- ✓ 線形モデル



コンクリートの損傷指標の出力 [1] [2]

- 偏差ひずみ第二不変量

- 2次元の場合

$$\sqrt{J'_2} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

- 3次元の場合

$$\sqrt{J'_2} = \sqrt{\frac{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2}{6} + \frac{(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}{4}}$$

- 正規化累加ひずみエネルギー

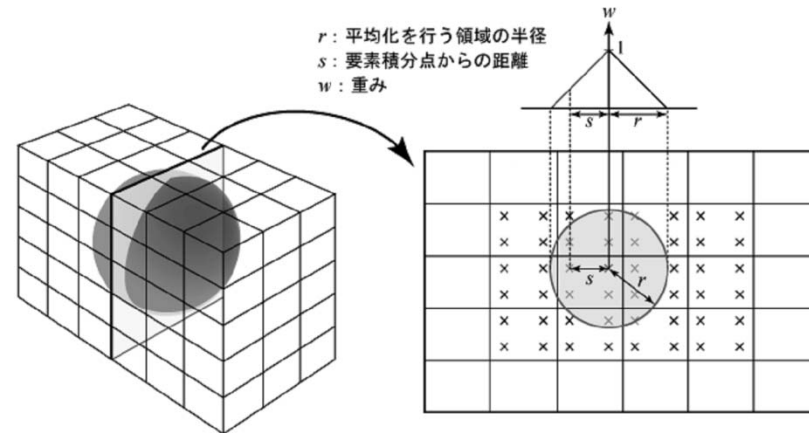
$$W_n = \frac{1}{f} \sum_{k=1}^n (\sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij})^{(k)} = W_{n-1} + \frac{1}{2f} (\sigma_{ij}^{(n-1)} + \sigma_{ij}^{(n)}) \cdot (\varepsilon_{ij}^{(n)} - \varepsilon_{ij}^{(n-1)})$$

- 重み付き平均化指標

- 要素寸法依存性の低減

$$\overline{D_d} = \frac{\int_V D_d \cdot w(s) dV}{\int_V w(s) dV}$$

$$w(s) = \begin{cases} 1 - s/r & (s \leq r) \\ 0 & (s > r) \end{cases}$$

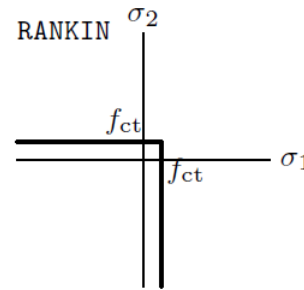


損傷指標の平均化の概念 [2]

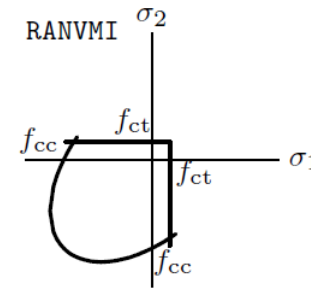
その他のひび割れモデル①： Rankin Principal Stress Model

● 塑性モデル

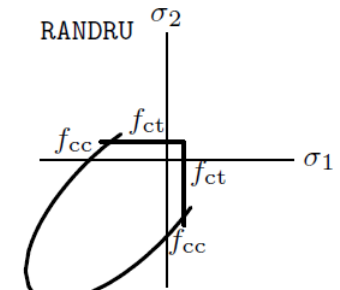
- Rankin
- Rankin/Von Mises
- Rankin/Drucker-Prager



(a) Rankine



(b) Rankine/Von Mises



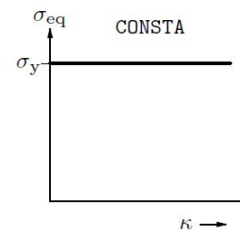
(c) Rankine/Drucker-Prager

● 適用要素

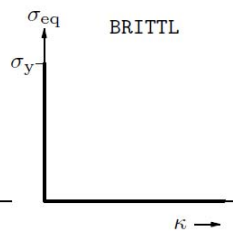
- 平面応力、平面ひずみ、軸対称

● 引張特性

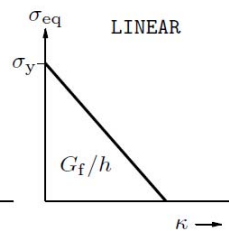
- 一定モデル
- 脆性モデル
- 線形軟化モデル
- 多直線モデル
- 指数型軟化モデル
- 線形硬化モデル
- Hordijkモデル



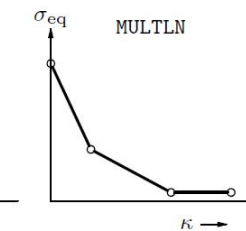
(a) Ideal plasticity



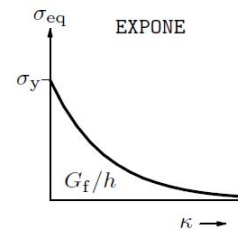
(b) Brittle



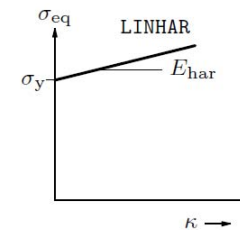
(c) Linear softening



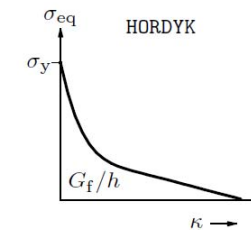
(d) Multi-linear diagram



(e) Nonlinear exponential softening



(f) Linear hardening



(g) Nonlinear softening, Hordijk et al.

その他のひび割れモデル②： Rankin-Hillモデル

- 異方性塑性モデル

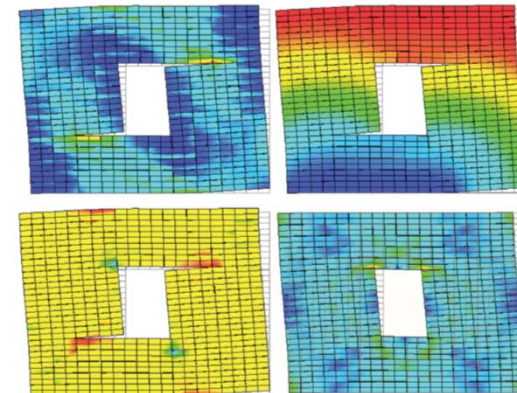
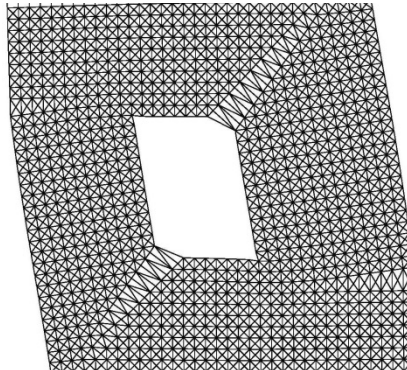
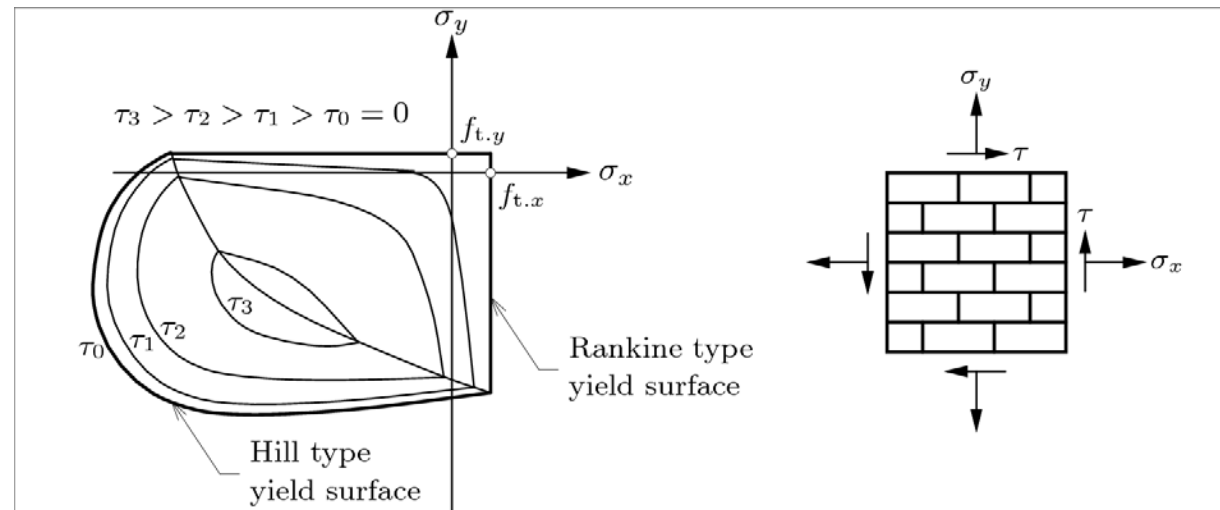
- 引張側：Rankin
- 圧縮側：Hill

- 適用要素

- 平面応力、曲面シェル

※ひび割れ速度依存性

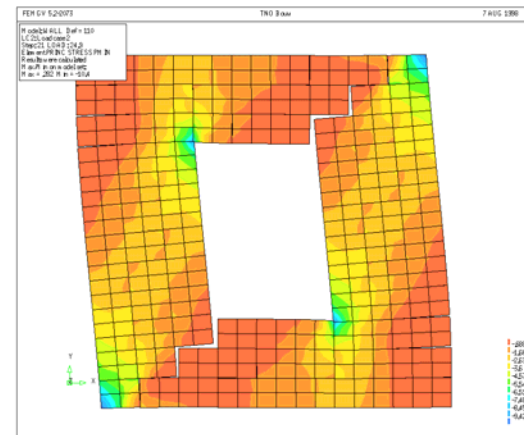
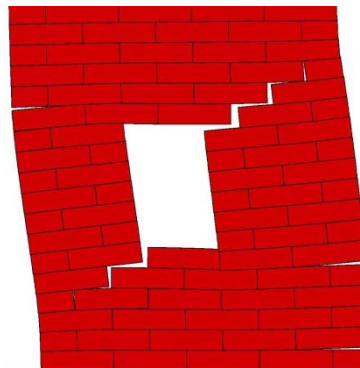
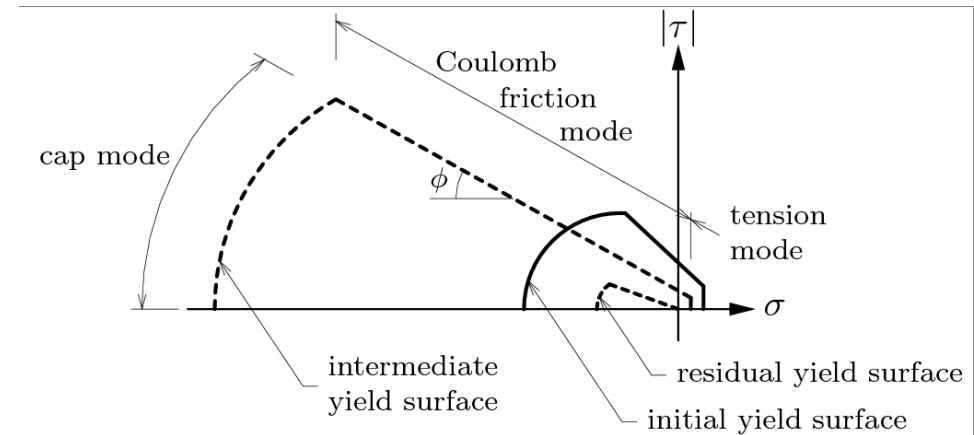
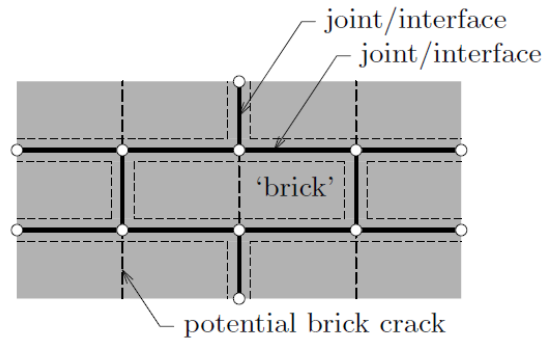
※粘弾性モデルとの併用



その他のひび割れモデル③： Combined Cracking-Shearing-Crushing

● インターフェイス要素の非線形材料モデル（2・3次元）

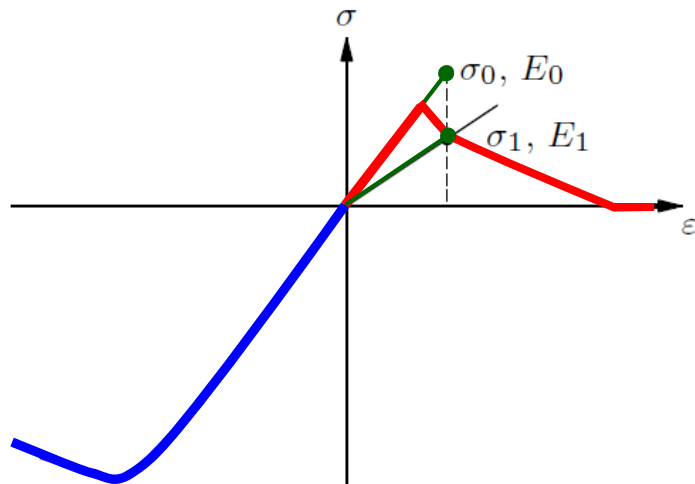
- クーロンモデル
- 引張カットオフ
- 圧縮キャップ



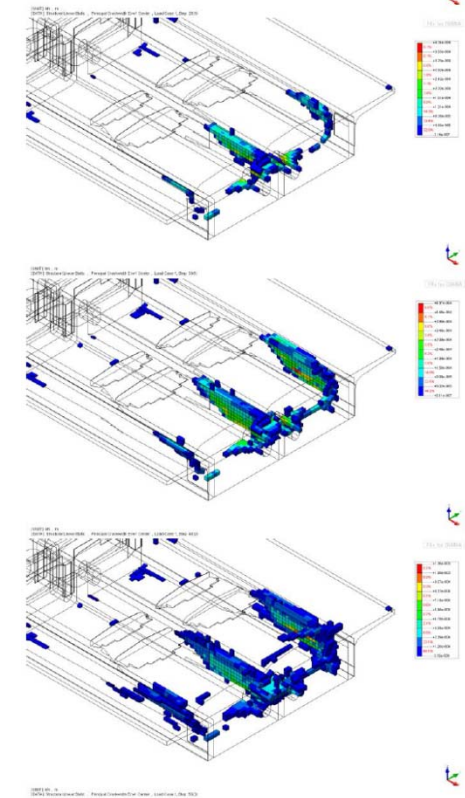
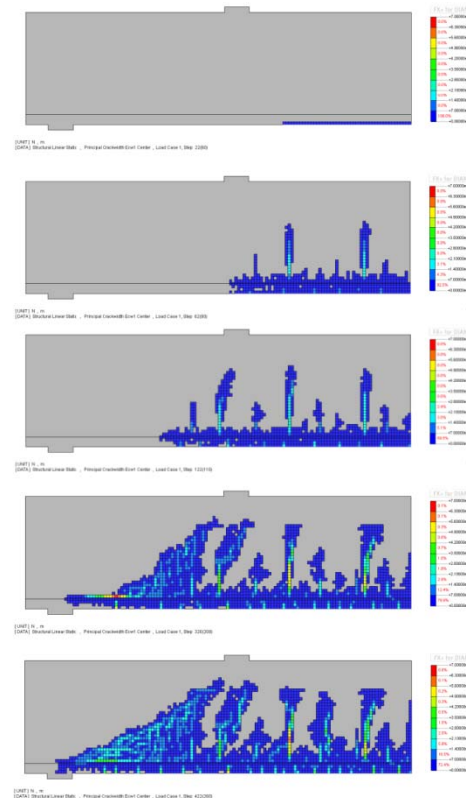
その他のひび割れモデル④： Stiffness Adaptation Analysis

● 逐次線形ひび割れ解析

前ステップの繰り返し計算による応力が応力－ひずみ関係を超えた場合、剛性を自動的に低減しながら連続的に線形弾性解析を実行し、ひび割れ状態を計算。



応力－ひずみ関係



用語

用語	説明
分散ひび割れモデル[1]	ひび割れの影響が要素内に分散していると仮定し、ひび割れ開口変位を要素の平均的なひずみとして扱うモデル
離散ひび割れモデル[1]	ひび割れ開口変位を要素間の節点を分離して、要素間の相対変位として扱うモデル
固定ひび割れモデル[1]	ひび割れ発生後、ひび割れの方向を固定して解析を進めるモデル。応力状態の変化により、主応力方向とひび割れ方向が一致しなくなるため、ひび割れ面のせん断伝達モデルを必要とする。
回転ひび割れモデル[1]	ひび割れ発生後もひび割れの方向が主応力方向と常に一致するように、ひび割れ方向を回転させるモデル。主ひずみと主応力方向を一致させるため、ひび割れ面のせん断伝達モデルを必要としない。
引張軟化モデル[3] (テンションソフトニングモデル)	一般的なコンクリートではひび割れ発生後、引張ひずみ（ひび割れ開口変位）の増加に対して伝達される引張応力が減少していく。この挙動をテンション・ソフトニング（引張軟化）と呼ぶ。また、ひび割れ発生後の引張応力ーひび割れ開口変位関係を示す曲線を引張軟化曲線と呼ぶ。
引張硬化モデル[3] (テンションステイフニングモデル)	鉄筋コンクリートにおいて、ひび割れ発生後すぐに鉄筋の単体の挙動に漸近せずに徐々に応力を低減させながら鉄筋単体の挙動に漸近する挙動（鉄筋単体よりも見かけ上、剛性が増大する）。鉄筋とコンクリートの付着作用により生じる。完全付着を仮定し、鉄筋単体の挙動との差をコンクリートの引張応力下の応力ーひずみ関係としてモデル化したものを、テンション・ステイフニングモデルという。
離散鉄筋[1]	鉄筋をトラスまたははり要素でモデル化し、コンクリート要素境界に配置するか、コンクリート要素内に埋め込んだモデル。接合要素を用いてコンクリート要素と結合することで、鉄筋とコンクリート間の付着挙動を直接モデル化することが可能。
分散鉄筋[1]	鉄筋がコンクリート要素内に平均的に配置されていると仮定することで、鉄筋の効果をコンクリート要素に重ね合わせたモデル。鉄筋とコンクリートは完全付着となるため、付着の影響は、鉄筋およびコンクリートの応力ーひずみ関係で考慮する。
等価長さ[1]	分散ひび割れモデルを用いる際に、要素内で消費されるエネルギーが破壊エネルギーと等価になるように応力ーひずみ関係を設定するために用いられる要素長さ

参考文献

- [1] 土木学会：2012年制定コンクリート標準示方書〔設計編〕，2013.3.
- [2] 土木学会：2014年制定複合構造標準示方書〔設計編〕，2015.5.
- [3] 日本コンクリート工学協会：構造技術者のための非線形有限要素法の基礎と応用と実例，非線形有限要素解析の利用に関する研究委員会報告書，2008.9.
- [4] Maekawa, K., Pimanmas, A. and Okamura, H.: Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete, Spon Press, London, 2003.
- [5] 福浦尚之，前川宏一：非線形支配ひび割れ面の三次元同定と空間平均化構成則の高度化，土木学会論文集，65(1)，pp.118-137, 2009.

※各材料モデル、解析手法に関する参考文献は、DIANA Users Manual をご参照ください。

お問い合わせ先

JIPテクノサイエンス株式会社

解析ソリューション事業部

D I A N A 担当

E-mail : fem_sales@cm.jip-ts.co.jp

URL : <https://www.jip-ts.co.jp/>